第 26 講・三角形の合同の証明

例題 1　仮定と結論

ポイント

● 「○○○ならば△△△」という形で述べられる文では「ならば」の前の「○○○」の部分を**仮定**（かてい），「ならば」の後の「△△△」の部分を**結論**（けつろん）という

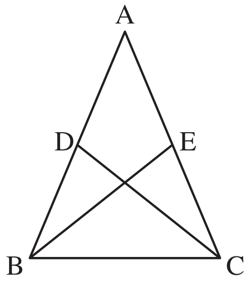
問題

次のことがらについて，仮定と結論を答えなさい。

(1) 平面上の 3 直線 ℓ，m，n で，$\ell \parallel m$，$m \perp n$ ならば，$\ell \perp n$ である。

(2) x が 4 の倍数ならば，x は偶数である。

(3) 右の図で，AB = AC，AD = AE ならば，∠ABE = ∠ACD である。



解答

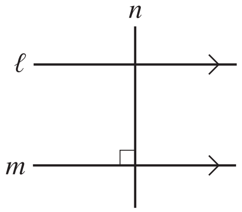
(1) 仮定：$\ell \parallel m$，$m \perp n$
結論：$\ell \perp n$ …(答)

(2) 仮定：x が 4 の倍数
結論：x は偶数 …(答)

(3) 仮定：AB = AC，AD = AE
結論：∠ABE = ∠ACD …(答)

MEMO

(1)



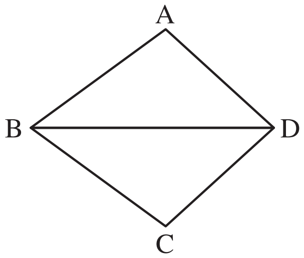
確認テスト 1

次のことがらについて，仮定と結論を答えなさい。

(1) $x > y$ ならば，$-5x < -5y$ である。

(2) a が偶数ならば，$2a$ は 4 の倍数である。

(3) 右の図で，AB = CB，AD = CD ならば，△ABD ≡ △CBD である。



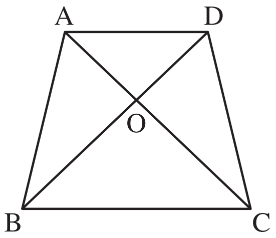
例題 2　三角形の合同の証明①

ポイント

● 証明（しょうめい）：すでに正しいと認められていることがらを根拠にして，仮定から結論を導くこと

問題

右の図の四角形 ABCD で，2 つの対角線の交点を O とする。OA ＝ OD，OB ＝ OC ならば △OAB ≡ △ODC であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。



【証明】

△OAB と △ODC において， (1) より

OA ＝ OD，OB ＝ OC　…①

(2) から

∠AOB ＝ ∠DOC　…②

①，②より， (3) から

△OAB ≡ △ODC　**（証明終）**

解答

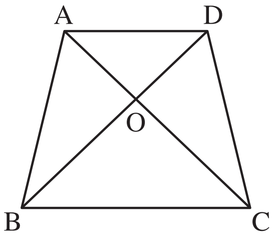
(1)　仮定

(2)　対頂角は等しい

(3)　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

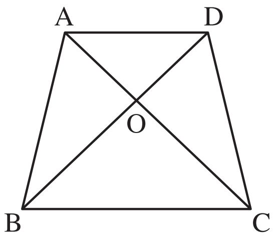
MEMO

【仮定】
【結論】



確認テスト 2

右の図の四角形 ABCD で，2 つの対角線の交点を O とする。
$OA = OD$，$OB = OC$ ならば $\triangle OAB \equiv \triangle ODC$ であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。



【証明】

$\triangle OAB$ と $\triangle ODC$ において， (1) より

$OA = OD$，$OB = OC$　…①

(2) から

$\angle AOB = \angle DOC$　…②

①，②より， (3) から

$\triangle OAB \equiv \triangle ODC$　**（証明終）**

例題 3　三角形の合同の証明②

ポイント

● 2 つの三角形が合同であることを証明するとき，次のように証明を進める

（例）

$\triangle OAB$ と $\triangle ODC$ において，　← 証明したい 2 つの三角形を書く

仮定より

$OA = OD$，$OB = OC$　…①

対頂角は等しいから

$\angle AOB = \angle DOC$　…②

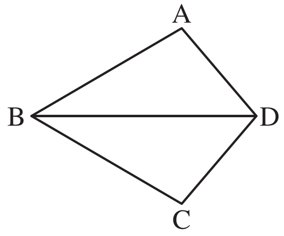
（仮定より〜②まで）｝根拠とともに等しい辺や角を示す

①，②より，2 組の辺とその間の角が
それぞれ等しいから　｝合同条件を述べる

$\triangle OAB \equiv \triangle ODC$　**（証明終）**　← 結論を述べる

問題

右の図の四角形 ABCD で，AB = BC であり，対角線 BD は ∠B を 2 等分するとき，△ABD ≡ △CBD であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) 〜 (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABD と △CBD において，仮定より

(1) …①

(2) …②

また

(3) は共通 …③

①，②，③より， (4) から

△ABD ≡ △CBD （証明終）

解答

(1) AB = CB

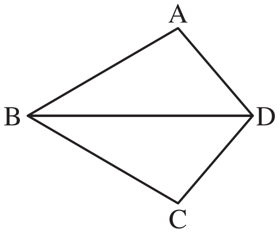
(2) ∠ABD = ∠CBD

(3) BD

(4) 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

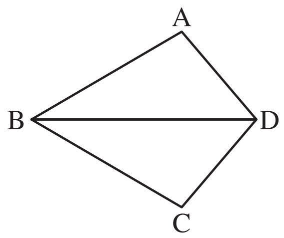
MEMO

【仮定】
【結論】



確認テスト 3

右の図の四角形 ABCD で，AB = BC であり，対角線 BD は ∠B を 2 等分するとき，△ABD ≡ △CBD であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABD と △CBD において，仮定より

　　(1)　・・・①

　　(2)　・・・②

また

　　(3) は共通　・・・③

①，②，③より，(4) から

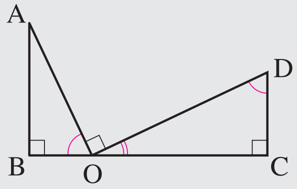
　　△ABD ≡ △CBD　**（証明終）**

例題 4　三角形の合同の証明③

ポイント

● 2 つの角が等しいことを証明するとき，共通する角を用いた式で表すことが有効な場合がある

（例）右の図で，∠BOA = ∠CDO であることを証明する。



∠AOD = 90° より

　∠BOA = 180° − 90° − ∠DOC

　　　　= 90° − ∠DOC　・・・①

△OCD の内角の和は 180° であり，∠OCD = 90° だから

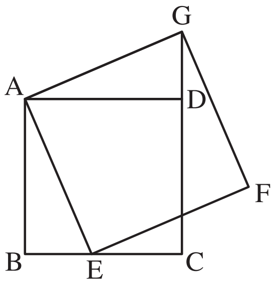
　∠CDO = 180° − 90° − ∠DOC

　　　　= 90° − ∠DOC　・・・②

①，②より，∠BOA = ∠CDO

問題

右の図で，四角形 ABCD と四角形 AEFG はともに正方形であり，点 E は辺 BC 上にある。点 D と G を結ぶとき，△ABE ≡ △ADG となることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABE と △ADG において，四角形 ABCD は正方形だから

AB = AD　・・・①

四角形 AEFG は正方形だから

[(1)]　・・・②

また，∠BAD = ∠EAG = 90° より

∠BAE = 90° − [(2)]　・・・③

∠DAG = 90° − [(2)]　・・・④

③，④より

[(3)]　・・・⑤

①，②，⑤より，[(4)] から

△ABE ≡ △ADG　**（証明終）**

解答

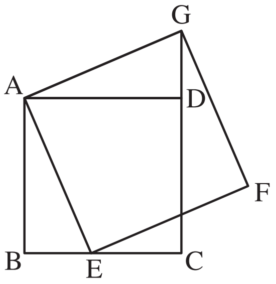
(1)　AE = AG

(2)　∠DAE

(3)　∠BAE = ∠DAG

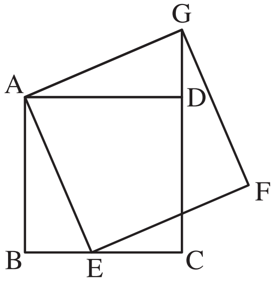
(4)　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

MEMO



確認テスト 4

右の図で，四角形 ABCD と四角形 AEFG はともに正方形であり，点 E は辺 BC 上にある。点 D と G を結ぶとき，△ABE ≡ △ADG となることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABE と △ADG において，四角形 ABCD は正方形だから

AB = AD　…①

四角形 AEFG は正方形だから

[(1)]　…②

また，∠BAD = ∠EAG = 90° より

∠BAE = 90° − [(2)]　…③

∠DAG = 90° − [(2)]　…④

③，④より

[(3)]　…⑤

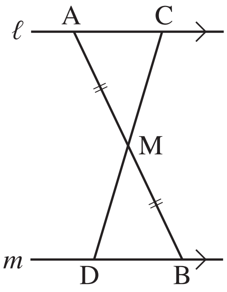
①，②，⑤より，[(4)] から

△ABE ≡ △ADG　**（証明終）**

例題 5　三角形の合同を利用した証明

問題

右の図で，2 点 A，B はそれぞれ平行な 2 直線 ℓ，m 上にある。線分 AB の中点 M を通る直線が ℓ，m と交わる点をそれぞれ C，D とするとき，AC = BD であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△AMC と △BMD において，仮定より

AM = BM　…①

対頂角は等しいから

(1)　…②

$\ell \parallel m$ より，(2) から

∠CAM = ∠DBM　…③

①，②，③より，(3) から

△AMC ≡ △BMD

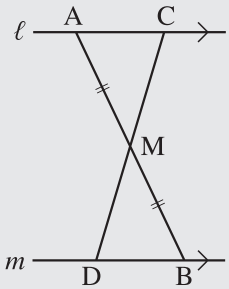
よって，(4) から

AC = BD　**（証明終）**

ポイント

● 直接 AC = BD を示すことはできない

→ △AMC と △BMD が合同であることを証明すれば，対応する辺が等しいことを利用して AC = BD を示すことができる。



解答

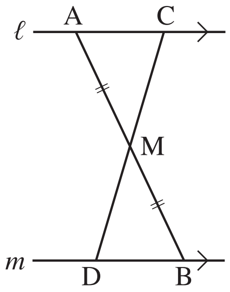
⑴　∠AMC = ∠BMD

⑵　平行線の錯角は等しい

⑶　1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

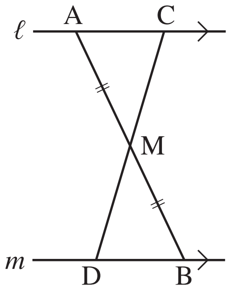
⑷　対応する辺は等しい

MEMO



確認テスト 5

右の図で，2 点 A，B はそれぞれ平行な 2 直線 ℓ，m 上にある。線分 AB の中点 M を通る直線が ℓ，m と交わる点をそれぞれ C，D とするとき，AC = BD であることを次のように証明する。このとき，空欄 ⑴ ～ ⑷ を埋めなさい。



【証明】

△AMC と △BMD において，仮定より

AM = BM　…①

対頂角は等しいから

⑴　…②

ℓ // m より，⑵ から

∠CAM = ∠DBM　…③

①，②，③より，⑶ から

△AMC ≡ △BMD

よって，⑷ から

AC = BD　**（証明終）**